Prof. Dr. Michael Voit
Dipl.-Math. A. Kaplun

SS 2010

Analysis II

Blatt 15

Homepage:
http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsiv/analysis2/ana_II_10.html

Tutoraufgaben:

Aufgabe 1 Regeln für die Matrix-Exponentialfunktion:

Für $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ zeige man:

a) $(e^A)^{-1} = e^{-A}$;

b) $\det(e^A) = \exp(Spur A)$;

c) $e^{(A^T)} = (e^A)^T$.

d) Ist $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ antisymmetrisch, d.h. $A^T = -A$, so ist e^A eine orthogonale Matrix.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösungen von:

$$y'(x) = x^2 - \frac{y(x)}{x} + 4.$$

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die **Eulersche Differentialgleichung**

$$t^n y^{(n)}(t) + a_{n-1}\, t^{n-1}\, y^{(n-1)}(t) + \ldots + a_1 t y'(t) + a_0 y(t) = b(t)$$

für $t > 0$ durch die Substitution $t = e^s$ in eine lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten transformiert werden kann.

Aufgabe 4*   Stetige Abhängigkeit von der Anfangsbedingung

Betrachten Sie die eindimenisonale Differentialgleichung

$$y'(t) = F(t, y(t)),$$

wobei F der lokalen Lipschitzbedingung auf einer passenden Menge $G \subset \mathbb{R}^2$ genügt.
Die Lösungen mit Anfangswerten $y(0) = y_0 \in]a, b[$ werden mit $y(t, y_0)$ bezeichnet.
Wähle $t_0 > 0$, so dass für alle $t \in [0, t_0]$ und alle $y_0 \in]a, b[\quad (t, y(t, y_0)) \in G$ gilt.
Zeigen Sie:

a) $a < y_0 < y_1 < b \Rightarrow y(t_0, y_0) < y(t_0, y_1)$;

b) Die Zuordnung $]a, b[\to \mathbb{R},\ y_0 \mapsto y(t, y_0)$ ist stetig.
(Tipp: Lemma von Gronwall!)

Besprechung der Hausaufgaben:

Am Dienstag, 27.07.2010, 10.15 Uhr, in der Globalübung in HG II HS 5.

Informationen zur Klausur Analysis II im SS 2010

Homepage:
http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsiv/analysis2/klausur.html

**Wir wünschen Ihnen schöne Ferien
und eine erfolgreiche Klausur!**