AR Dr. A. Neuenkirch
Dr. A. Schnurr

SoSe 2010
TU Dortmund

Stochastik I

Blatt 2

Abgabe: Donnerstag, 29.04.2009, bis 12 Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 6:

a) Bestimmen Sie in einem geeigneten Laplace-Raum die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $A_m =$“die Summe der Augenzahlen beim zweifachen Würfeln ist m”, für $2 \leq m \leq 12$.

b) Bestimmen Sie in einem geeigneten Laplace-Raum die Wahrscheinlichkeit die Zahl m $(1 \leq m \leq 6)$ als kleinste Augenzahl beim n-fachen Würfeln zu erhalten.

Aufgabe 7:

Beweisen Sie Proposition 2.2 der Vorlesung.

Beachten Sie für die folgenden Aufgaben: Per Konvention ist die leere Menge *endlich* und *abzählbar*.

Aufgabe 8:

Sei $\Omega = \mathbb{R}$.

a) Zeigen Sie, dass das Mengensystem

$$\mathcal{R} := \{A \subset \Omega : A \text{ endlich oder } A^c \text{ endlich}\}$$

eine Algebra ist.

b) Zeigen Sie, dass das Mengensystem $\mathcal{R}$ aus a) keine σ-Algebra ist.

c) Was ändert sich in Aufgabenteil b), wenn Ω nicht $\mathbb{R}$ sondern $\mathbb{N}$ oder $\{1, ..., 10\}$ ist?

Aufgabe 9:

Sei $\Omega = \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass das Mengensystem

$$\mathcal{A} := \{A \subset \Omega : A \text{ abzählbar oder } A^c \text{ abzählbar}\}$$

eine σ-Algebra ist.

Da ein Grundverständnis der englischen Sprache eine Schlüsselqualifikation im Umgang mit der modernen Mathematik ist, werden wir hin und wieder *-Aufgaben auf englisch stellen. Die Lösung darf selbstverständlich auf deutsch erfolgen.

Aufgabe 10*:

Show that a σ-field $\mathcal{A}$ cannot be countably infinite, i.e. its cardinality must be finite or else at least that of the continuum. Proceed in the following way:

a) Assume that $\mathcal{A}$ is infinite and choose a sequence $A_1, A_2, ...$ of pairwise distinct sets in $\mathcal{A}$. Consider

$$\mathcal{G} = \left\{ \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n^\star : A_n^\star \in \{A_n, A_n^c\} \right\}.$$

Show that $\mathcal{G}$ is infinite and consists of pairwise disjoint sets.

b) Choose a sequence $G_1, G_2, .. \in \mathcal{G}$, put

$$\mathcal{G}^* = \left\{ \bigcup_{G \in \mathcal{M}} G : \mathcal{M} \subset \{G_1, G_2, ...\} \right\}$$

and construct an injection $\varphi : \{0,1\}^{\mathbb{N}} \to \mathcal{G}^*$.