AR Dr. A. Neuenkirch
Dr. A. Schnurr

SoSe 2010
TU Dortmund

Stochastik I

Blatt 4

Abgabe: Mittwoch (!!), 12.05.2010, bis 12 Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 16:

In einem Arbeitsprozess muss eine Datei von 3 Rechnern A, B und C in dieser Reihenfolge bearbeitet werden. Betrachten Sie das Netzwerk START—A—B—C—AUSGABE. Die Rechner fallen unabhängig voneinander aus, jeder mit Wahrscheinlichkeit $p = 0.1$.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Netzwerk ausfällt?

b) Um die Sicherheit des Workflows zu erhöhen, bekommen Sie von jedem Rechner noch 2 Kopien, d.h. Sie verfügen nun über 3 Rechner von jedem Typ. Die Rechner fallen unabhängig voneinander jeder mit Wahrscheinlichkeit $p = 0.1$ aus.

   (i) Bauen Sie aus diesen 9 Rechnern ein Netzwerk von einem Startknoten zu einem Ausgabeknoten, so dass eine Datei jeweils durch genau 3 Rechner läuft (in der Reihenfolge Typ A,B,C) und die Ausfallwahrscheinlichkeit nur $p_1 \approx 0.003$ ist.

   (ii) Bauen Sie ein solches Netzwerk, bei dem die Ausfallwahrscheinlichkeit $p_2 \approx 0.02$ ist.

Aufgabe 17:

In einem kleinen See fängt man 3 Forellen, markiert sie und setzt sie wieder aus. Später fängt man 5 Forellen und findet darunter zwei markierte.

a) Wie viele Forellen sind mindestens im See?

b) Angenommen in dem See befinden sich insgesamt n Forellen. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit unter fünf Forellen zwei markierte zu fangen?

c) Schätzen Sie die Anzahl der Forellen in dem See und begründen Sie Ihre Vermutung.

Aufgabe 18:

Auf dem Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsraum mit $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ bestimme man Ereignisse A, B, C so dass:

a) A, B, C paarweise unabhängig, aber nicht unabhängig sind;

b) C von A und B unabhängig ist, aber nicht von $A \cap B$ unabhängig ist.

c) Geben Sie weiterhin ein Beispiel von Mengensystemen F_1, F_2 über Ω, die unabhängig sind, wobei $\sigma(F_1)$ und $\sigma(F_2)$ nicht unabhängig sind.

Aufgabe 19:

Sei $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$. Geben Sie auf diesem Raum ein Dynkin-System an, das keine σ-Algebra ist (Begründung!).

Aufgabe 20*:

a) Sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum. Zeigen Sie: Wenn ein Ereignis $A \in \mathcal{A}$ von sich selbst unabhängig ist, also A ist unabhängig von A, dann kann $\mathbf{P}(A)$ nur zwei Werte annehmen.

b) In the famous Dreyfus case of 1894 the prosecution (die Anklage) made the following mistake: let G be the event that an accused is guilty, and T the event that some testimony (Zeugenaussage) is true. Some lawyers have argued on the assumption that $\mathbf{P}(G|T) = \mathbf{P}(T|G)$. Show that this holds iff (short for 'if and only if') $\mathbf{P}(G) = \mathbf{P}(T)$.