AR Dr. A. Neuenkirch
Dr. A. Schnurr

SoSe 2010
TU Dortmund

# Stochastik I

Blatt 5

Abgabe: Donnerstag, 20.05.2010, bis 12 Uhr in die Briefkästen

---

**Aufgabe 21:**

Bestimmen Sie beim Zahlenlotto '6 aus 49' die Wahrscheinlichkeit für

a) 5 Richtige mit Zusatzzahl.

b) 5 Richtige ohne Zusatzzahl.

**Aufgabe 22:**

Ein Spieler hat den Verdacht, dass ein Würfel gefälscht ist, da sich beim Würfeln - nach seinem Empfinden - zu selten die 'sechs' ergibt.

a) Der Spieler beschließt folgenden *Test* durchzuführen: Wenn sich bei 20-fachem Würfeln die 'sechs' höchstens einmal ergibt, wird er künftig davon ausgehen, dass der Würfel tatsächlich gefälscht ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit macht der Spieler einen Fehler?

b) Weiterhin beschließt der Spieler auch umgekehrt, dass er, sollte mindestens zweimal die 'sechs' bei 20-fachem Würfeln fallen, künftig davon ausgeht, dass der Würfel ideal ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler hiermit einen Fehler macht, wenn die Wahrscheinlichkeit für 'sechs' tatsächlich bei 1/7 liegt?

(Hinweis: Die beiden Fehler, die der Spieler machen kann sind in der Test-Theorie wichtig. Es handelt sich um einen sogenannten Fehler 1. Art in a) und um einen Fehler 2. Art in b). Manchmal werden diese auch als $\alpha$- und $\beta$-Fehler bezeichnet.)

**Aufgabe 23:**

Zur Beschreibung der Funktionsweise eines Geigerzählers bei Strahlungsmessungen sei die folgende Modellannahme gerechtfertigt: Treffen in einer Zeiteinheit auf den Zähler $k$ Teilchen, so wird die Anzahl der vom Zähler registrierten Teilchen durch eine $B(k, p)$-Verteilung beschrieben, wobei $0 < p < 1$ eine Gerätekonstante ist. Unter der Annahme, dass die Anzahl der pro Zeiteinheit auftreffenden Teilchen mit Parameter $\lambda > 0$ Poisson-verteilt ist, berechne man die Verteilung der Anzahl der pro Zeiteinheit registrierten Teilchen.

**Aufgabe 24:**

Ordnen Sie den vier Zähldichten auf dem Extrablatt ihre Verteilungen zu: $B(25, 0.75)$, $Poisson(1)$, $H(15, 100, 25)$, $Geom(0.3)$. Begründen Sie Ihre Entscheidung!

**Aufgabe 25*:**

Zeigen Sie, dass es

$$\binom{k}{k_1 ... k_n} := \frac{k!}{k_1! \cdots k_n!} \qquad \text{mit} \qquad \sum_{j=1}^{n} k_j = k$$

Möglichkeiten gibt, $k$ verschiedene Kugeln auf $n$ Urnen zu verteilen, so dass die $j$-te Urne genau $k_j$ Kugeln enthält ($j = 1, ..., n$). Die Reihenfolge der Kugeln innerhalb der Urnen wird dabei nicht berücksichtigt.