AR Dr. A. Neuenkirch
Dr. A. Schnurr

SoSe 2010
TU Dortmund

Stochastik I

Blatt 6

Abgabe: Donnerstag, 27.05.2010, bis 12 Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 26:

Sei $\mathbf{P}$ ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\mathbb{R}, \mathfrak{B}(\mathbb{R}))$ und $F := F_{\mathbf{P}}$ die zugehörige Verteilungsfunktion. Zeigen Sie:

a) F hat abzählbar viele Sprungstellen.

b) $\mathbf{P}$ is genau dann diskret, wenn die Summe der Sprünge von F eins beträgt.

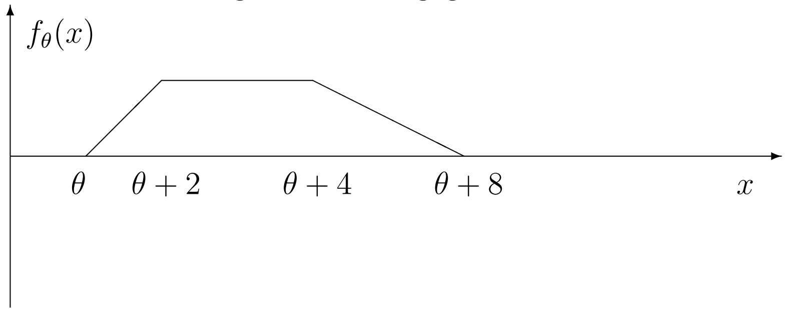
c) F ist genau dann stetig, wenn für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\mathbf{P}(\{x\}) = 0$$

d) $\mathbf{P}([a, b]) = F(b) - F(a-)$.

Aufgabe 27:

Die Dichte f_θ eines Wahrscheinlichkeitsmaßes auf $(\mathbb{R}, \mathfrak{B}(\mathbb{R}))$, die von einem Parameter θ $(\theta \in \mathbb{R})$ abhängt, sei durch die folgende Skizze gegeben:



a) Geben Sie die Verteilungsfunktion F_θ an.

b) Bei welchem Parameter θ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Realisation im Intervall $[7.5, 10]$ liegt, am größten? D.h. für welches θ ist $\mathbf{P}_\theta([7.5, 10])$ maximal?

Aufgabe 28:

Begründen oder widerlegen Sie, dass folgende Familien Erzeuger der Borelschen σ-Algebra $\mathfrak{B}(\mathbb{R})$ sind:

a) $\{(-\infty, b] : b \in \mathbb{Z}\}$

b) $\{(a, a+1] : a \in \mathbb{R}\}$

Aufgabe 29:

Begründen Sie die Existenz von Konstanten c_1, c_2 und berechnen Sie diese, so dass $c_1 f_1$ und $c_2 f_2$ Wahrscheinlichkeitsdichten sind, wobei

$$f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto |x|\, e^{-x^2}$$
$$f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} x^{-\alpha} & \text{für } x \geq 1 \\ 0 & \text{für } x < 1 \end{cases} \qquad \text{mit } \alpha > 1.$$

Aufgabe 30*:

Beweisen Sie Proposition 6.2. der Vorlesung.