AR Dr. A. Neuenkirch
Dr. A. Schnurr

SoSe 2010
TU Dortmund

Stochastik I

Blatt 11

Abgabe: Donnerstag, 01.07.2010, bis 12 Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 51:

$f_{(X,Y)}(i,j)$	i=0	i=1	i=2
j=1	0.1	0.05	0.15
j=2	0.05	0.15	0.20
j=3	0.0	0.15	0.15

a) Verifizieren Sie, dass es sich um eine zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung handelt.

b) Untersuchen Sie, ob X und Y unabhängig sind.

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass $X \geq 1$ ist, unter der Bedingung, dass $Y \leq 2$ ist.

d) Bestimmen Sie $\mathbf{E}(X)$ und $\mathbf{E}(Y^2)$.

Aufgabe 52:

Seien X und Y unabhängige auf dem Intervall $[0,1]$ gleichverteilte Zufallsvariablen.

a) Bestimmen Sie mit geometrischen Methoden die Verteilungsfunktion F von $X+Y$.

b) Verifizieren Sie Ihr Ergebnis aus a) mit Hilfe der entsprechenden Formel für Dichten aus der Vorlesung.

Aufgabe 53:

Sei X eine auf dem Intervall $[0, 2\pi]$ gleichverteilte Zufallsvariable. Bestimmen Sie $\mathbf{V}(\sin(X))$, $\mathbf{V}(\cos(X))$, $\mathbf{Kov}(\sin(X), \cos(X))$, und entscheiden Sie, ob $\sin(X)$ und $\cos(X)$ unkorreliert bzw. unabhängig sind.

Aufgabe 54:

Die Zufallsvariable X habe Erwartungswert null und Varianz σ^2. Zeigen Sie, dass

$$\mathbf{P}(X \geq t) \leq \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + t^2}$$

für $t > 0$.

Aufgabe 55*:

Zeigen Sie, mit Hilfe des Gesetzes der großen Zahlen, dass die Polynome dicht liegen in den stetigen Funktion auf $[0, 1]$ bzgl. der Topologie der gleichmäßigen Konvergenz. (Hinweis: Bernsteinpolynome $B_n(p) := \sum_{k=0}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$)