AR Dr. A. Neuenkirch
Dr. A. Schnurr

SoSe 2010
TU Dortmund

Stochastik I

Blatt 12

Abgabe: Donnerstag, 08.07.2010, bis 12 Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 56:

Bei einer Fluggesellschaft weiß man, dass im Mittel 18% derjenigen Personen, die sich einen Platz für einen Flug auf einer bestimmten Route reserviert haben, zum Abflug nicht erscheinen. Um die Anzahl der ungenutzten Plätze nicht zu groß werden zu lassen, werden daher in für einen 220-sitzigen Jet mehr als 220 Reservierungen vorgenommen.

a) Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle zum Flug erscheinenden Personen, für die ein Platz reserviert wurde, auch einen Platz erhalten, wenn 240 Platzreservierungen vorgenommen wurden. Gehen Sie dabei davon aus, dass die Passagiere Ihre Entscheidung darüber, ob Sie die Reservierung wahrnehmen, unabhängig voneinander treffen.

b) Wie viele Platzreservierungen dürfen (näherungsweise) höchstens vorgenommen werden, damit die entsprechende Wahrscheinlichkeit mindestens 99% beträgt?

(Hinweis: Zentraler Grenzwertsatz)

Aufgabe 57:

160 000 Clients sollen unabhängig voneinander jeder pro Tag höchstens einmal auf eine Datenbank zugreifen und für jeden Client sei die Wahrscheinlichkeit eines Zugriffs $p = 0.25$. Sei X die Gesamtzahl Zugriffe an einem Tag.

a) Berechnen Sie die Normalapproximation (zentraler Grenzwertsatz) für

$$P(39800 \leq X \leq 40200).$$

b) Geben Sie mit Hilfe des Satzes von Berry-Esseen eine Abschätzung für den Fehler bei obiger Approximation an.

c) Bestimmen Sie ein minimales k s.d. der Wert der Approximation für $P(40000 - k \leq X \leq 40000 + k)$ größer als 0.9 ist.

Aufgabe 58:

800 rein zufällig ausgewählte Wähler werden gefragt, wen sie bei der letzten Landtagswahl gewählt haben. Die Partei A erhielt bei der Landtagswahl nur 0.2 % der Stimmen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den befragten Wählern höchstens einer Partei A gewählt hat

a) ... mit Hilfe der Binomialverteilung;

b) ... durch Anwendung des Poissonschen Grenzwertsatzes;

c) ... mit Hilfe des zentralen Grenzwertsatzes.

Aufgabe 59:

Geben Sie jeweils eine Folge von Zufallsvariable auf dem Wahrscheinlichkeitsraum

$$(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P}) = ([0,1], \mathfrak{B}([0,1]), \lambda_{[0,1]})$$

an,

a) ... die im Mittel gegen die Nullfunktion konvergiert, aber nicht fast sicher.

b) ... die fast sicher gegen die Nullfunktion konvergiert, aber nicht im Mittel.

Aufgabe 60*:

The *total variation distance* $d_{TV}(X,Y)$ between two random variables X and Y is defined by

$$d_{TV}(X,Y) := \sup_{u:\|u\|_\infty = 1} |\mathbf{E}(u(X)) - \mathbf{E}(u(Y))|$$

where the supremum is over all (measurable) functions $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ such that $\|u\|_\infty = \sup_x |u(x)|$ satisfies $\|u\|_\infty = 1$.

a) If X and Y are discrete with respective masses f_n and g_n at the points x_n, show that

$$d_{TV}(X,Y) = \sum_n |f_n - g_n| = 2 \sup_{A \subseteq \mathbb{R}} |\mathbf{P}(X \in A) - \mathbf{P}(Y \in A)|.$$

b) If X and Y are continuous with respective density functions f and g, show that

$$d_{TV}(X,Y) = \int_{-\infty}^{\infty} |f(x) - g(x)| \, dx = 2 \sup_{A \subseteq \mathbb{R}} |\mathbf{P}(X \in A) - \mathbf{P}(Y \in A)|.$$

c) Show that $d_{TV}(X,Y) \to 0$ implies that $X_n \to X$ in distribution, but that the converse is false.