

Übungen zur Analysis I (Lehramt)

Aufgabe 1: Es sei K ein Körper. Beweisen Sie:

- (a) Zu $x, y \in K$, $x \neq 0$, gibt es genau ein $z \in K$ mit $x \cdot z = y$
- (b) Für alle $x, y \in K$ gilt $x_- \cdot y = (x \cdot y)_-$ und $x_- \cdot y_- = x \cdot y$

Aufgabe 2: Seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $b > 0$ und $d > 0$. Zeigen Sie:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

Aufgabe 3: Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ mit $2 < x < y$ gilt

$$\frac{3x+2}{x-2} > \frac{3y+2}{y-2} \quad (*)$$

- (b) (*) gilt für alle $x, y \in \mathbb{R}$ mit $x < y < 2$
- (c) (*) gilt für alle $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ mit $x < y$

Aufgabe 4: Bestimmen Sie die folgenden Mengen:

- (a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2}x + 1 < |x - 1|\}$
- (b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| \geq |x - 1|\}$
- (c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R} \mid |\frac{x+1}{x-1}| \geq 1\}$

Literatur:

- (i) Hischer, Horst u. Scheid, Harald: Grundbegriffe der Analysis
- (ii) Scheid, Harald u. Endl, Kurt: Mathematik für Lehramtskandidaten

Abgabe: Diesmal keine Abgabe. Die Aufgaben werden nächste Woche in den Übungen besprochen.