Übungen zur Analysis I (Lehramt)

Aufgabe 9: Berechnen Sie:

(a) $\sum_{k=1}^{n}(3k+1)$

(b) $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2$

(c) Die Summe der n ersten ungeraden Zahlen

(d) $5+7+9+\cdots+999$.

Aufgabe 10: Stellen Sie die folgenden Summen durch explizite Ausdrücke dar ($b \neq 0$):

(a) $\sum_{k=3}^{n+2} a^k$ (b) $\sum_{k=0}^{n} a^k b^{-k}$ (c) $\sum_{k=0}^{n} a^{2k}$ (d) $\sum_{k=0}^{n} a^{3k+2}$ (e) $\sum_{k=0}^{n} a^{2k+1} b^{-k}$

Aufgabe 11 (∗):

(a) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

(b) Bestimmen Sie (natürlich mit Beweis) alle natürlichen Zahlen n, für die die Ungleichung

$$n^2 \leq 2^n$$

gilt.

Aufgabe 12: Sei $n \in \mathbb{N}$ und $a_k \in \mathbb{R}$ mit $k = 1, \ldots, n+2$. Zeigen bzw. berechnen Sie:

(a) $\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_k) = a_{n+1} - a_1$ (a') $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$

(b) $\sum_{k=1}^{n}(a_{k+2}-a_k) = a_{n+2} + a_{n+1} - a_2 - a_1$ (b') $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+2)}$.

Abgabe: Mittwoch, den 7.November 2001, 12 Uhr, in die Briefkästen.