HDoz.Dr.Hans-Peter Scheffler Wintersemester 2001/2002

Übungen zur Analysis I (Lehramt)

Aufgabe 17:

(a) Formulieren und beweisen Sie eine zu Satz 4.5 analoge Charakterisierung des Infimums einer nach unten beschränkten Menge $\emptyset \neq A \subseteq \mathbb{R}$.

(b) Es sei $\emptyset \neq A \subseteq \mathbb{R}$ nach unten beschränkt, und es gelte $\inf A > 0$. Zeigen Sie, dass mit $A^{-1} := \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{x} \in A\}$ gilt $\sup A^{-1} = (\inf A)^{-1}$.

Aufgabe 18: Bestimmen Sie, falls vorhanden, Supremum, Infimum, Maximum und Minimum der Mengen

(i) $A = [0, \sqrt{2}] \cap \mathbb{Q}$

(ii) $B = [0, \sqrt{2}] \setminus \mathbb{Q}$.

Aufgabe 19: Gegeben sei die Folge $a_n = \dfrac{1}{n^2 - 7}$. Für folgende $\varepsilon > 0$ bestimme man jeweils ein $n_0 \in \mathbb{N}$ mit $|a_n| < \varepsilon$, falls $n > n_0$:

(a) $\varepsilon = 1/100$

(b) $\varepsilon = 1/1000$

(c) $\varepsilon > 0$ beliebig.

Aufgabe 20 $(*)$**:** Es sei (a_n) eine Folge mit $a_n > 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(1) Zu jedem $R > 0$ existiert ein $n_0 \in \mathbb{N}$, so dass $a_n > R$ für alle $n > n_0$

(2) $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{1}{a_n} = 0$.

Abgabe: Mittwoch, den 21.November 2001, 12 Uhr, in die Briefkästen.