HDoz.Dr.Hans-Peter Scheffler Wintersemester 2001/2002

Übungen zur Analysis I (Lehramt)

Aufgabe 33: Zeigen Sie, daß die Funktion $f(x) = \dfrac{x[x]}{1+x}$ in $[0, \infty[$ monoton wachsend ist. Bestimmen Sie alle links- und rechtsseitigen Grenzwerte von f in $]0, \infty[$.

Aufgabe 34: Begründen Sie, warum folgende Funktionen in ihrem Definitionsintervall stetig sind:

(a) $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt{x}}$ in $[0, \infty[$

(b) $f(x) = \sqrt{x^2 + \sqrt{1-x^2}}$ in $[-1, 1]$

(c) $f(x) = \displaystyle\sum_{j=0}^{n} a_j x^{j/3}$ in $[0, \infty[$; $a_0, a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ beliebig.

Aufgabe 35 $(*)$**:** Zeigen Sie, daß das Polynom $f(x) = x^3 - 3x + 1$ in jedem der Intervalle $]-2, -1[$, $]0, 1[$ und $]1, 2[$ eine Nullstelle besitzt. Bestimmen Sie die Nullstelle im Intervall $]0, 1[$ bis auf einen Fehler $< \dfrac{1}{10}$ mittels Intervallhalbierung.

Aufgabe 36: Sei $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2 - 18x + 9}{x^3 - 3x^2 + 7x - 21}$.

(a) Wo ist f definiert?

(b) Wo ist f stetig?

(c) Wo besitzt f Grenzwerte?

Aufgabe 37: Sei $f : [0, 1] \to [0, 1]$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, daß ein $x_0 \in [0, 1]$ existiert mit $f(x_0) = x_0$.
(*Hinweis:* Betrachten Sie die Hilfsfunktion $g(x) = f(x) - x$.)

Abgabe: Mittwoch, den 9. Januar 2002, 12 Uhr, in die Briefkästen.