

**Übungen zur Analysis I (Lehramt)**

---

**Aufgabe 38:**

(a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^m}{1 - x} \quad \text{für } m \in \mathbb{N} \quad (ii) \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 3x})$$

(b) Bestimmen Sie für die folgenden, jeweils in ganz  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen den Bereich, in welchem sie stetig sind:

$$(i) f(x) := \begin{cases} x^3 & \text{für } |x| \leq 1 \\ x & \text{für } |x| > 1 \end{cases}$$

$$(ii) g(x) := \begin{cases} 0 & \text{für } x \text{ rational} \\ 1 & \text{für } x \text{ irrational} \end{cases}$$

**Aufgabe 39 (\*)**: Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^7 - 2x^5 + 3x^2 - 1.$$

Zeigen Sie, daß  $f$  im Intervall  $[0, 1]$  den Wert 0 und im Intervall  $[-1, 0]$  den Wert 2 annimmt.

**Aufgabe 40:**

(a) Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig, und es gelte  $f(x + y) = f(x) + f(y)$  für alle  $x, y \in \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, daß ein  $c \in \mathbb{R}$  existiert mit  $f(x) = cx$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ .

(b) Bestimmen Sie alle stetigen Funktionen  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , für die  $g(x + y) = g(x) \cdot g(y)$  für alle  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt.

---

**Abgabe:** Mittwoch, den 16. Januar 2002, 12 Uhr, in die Briefkästen.