G. Rosenberger
D. Hennig

Ausgabe: 29.10.2001
Abgabe: 05.11.2001

Analysis für Informatiker
Blatt 2

Aufgabe 1: Berechnen Sie den Grenzwert der Folge

$$a_n := \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$$

Aufgabe 2: Beweisen Sie: Konvergiert $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen a und ist $(b_n - a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge, so konvergiert auch $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen a.

Aufgabe 3: Sind folgende Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}$ konvergent? Wenn ja, geben Sie den Grenzwert an:

a) $a_n = (-1)^n \frac{1}{n^2}$, b) $a_n = \begin{cases} 1 & \text{für } n \text{ gerade} \\ \frac{1}{n} & \text{für } n \text{ ungerade,} \end{cases}$ c) $a_n = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$,

d) $a_n = (-1)^n (1 - \frac{1}{n})$, e) $a_n = \frac{2n^2 - 7n + 3}{3n^3 + 4n^2 - 5n}$, f) $a_n = \frac{n^4 + 2n^2}{15n^4 - 30n^3}$,

g) $a_n = \frac{4^n - 2 \cdot 3^n}{6^n - 3}$.

Aufgabe 4:

Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ sei rekursiv definiert durch $a_0 := a_1 := 1$, $a_n := \frac{1}{2^n - 2} \sum_{i=1}^{n-1} a_i a_{n-i}$ für $n \geq 2$. Zeigen Sie $a_n = \frac{1}{n!}$.

Hinweis: Verwenden Sie die Formel $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$ für $n \in \mathbb{N}$ (Beweis!).