G. Rosenberger
D. Hennig

Ausgabe: 05.11.2001
Abgabe: 12.11.2001

Analysis für Informatiker
Blatt 3

Aufgabe 1:

Berechnen Sie alle Häufungswerte der Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

a) $a_{2n} = \frac{1}{2n}$, $a_{2n+1} = 1 - \frac{1}{2n}$, $n \in \mathbb{N}$;

b) $a_n = \frac{n+(-1)^n(2n+1)+(-1)^{n-5}\cdot 3n}{n}$.

Aufgabe 2:

Für $n \in \mathbb{N}$ sei $a_n = \sqrt{n+1000} - \sqrt{n}$ und $b_n = \sqrt{n+\sqrt{n}} - \sqrt{n}$. Zeigen Sie:
Für $1 \leq n < 1000000$ gilt $a_n > b_n$, aber es ist $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \frac{1}{2}$.

Aufgabe 3:

Sei $a \in \mathbb{R}_+^\star$. Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ sei rekursiv definiert durch $a_0 := a$, $a_{n+1} := 1 + \sqrt{a_n}$ für $n \in \mathbb{N}_0$. Für welches a hat die Folge einen Grenzwert? Wenn ja, welchen?
(Hinweis: Unterscheiden Sie $a > \frac{1}{2}(3+\sqrt{5})$, $a \leq \frac{1}{2}(3+\sqrt{5})$. Zeigen Sie, dass im 1. Fall $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine monoton fallende, im 2. Fall eine monoton steigende Folge ist.)

Aufgage 4:

Konvergieren folgende Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$? Konvergieren sie uneigentlich?

a) $a_n := \frac{5n^3+2n^2}{7n^2+2}$; b) $a_n := \frac{(-5)^n+2}{3^n+(-2)^n}$.