G. Rosenberger
D. Hennig

Ausgabe: 07.01.2002
Abgabe: 14.01.2002

Analysis für Informatiker
Blatt 10

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie alle $\vec{a} \in \mathbb{R}^2$, in denen die Funktion
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(\vec{x}) = f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2} & \text{für } \vec{x} = (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } \vec{x} = (0,0) \end{cases}$ stetig ist.

Aufgabe 2:

Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a < c < b$ und $f : [a,b] \to \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

a) f ist genau dann in c differenzierbar, wenn f in c von links und von rechts differenzierbar ist und $f'_-(c) = f'_+(c)$ gilt.

b) Ist f in c differenzierbar, so gilt $f'_-(c) = f'_+(c) = f'(c)$.

Aufgabe 3:

Zeigen Sie: Ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in jedem $x \in \mathbb{R}$ differenzierbar und f gerade (bzw. ungerade), so ist die Funktion $f' : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \to f'(x)$ ungerade (bzw. gerade).

Aufgabe 4:

Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in 0 stetig oder differenzierbar sind.

a) $f(x) := \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0 \\ e^x & \text{für } x < 0 \end{cases}$; b) $f(x) := \begin{cases} 2x+1 & \text{für } x \geq 0 \\ e^x & \text{für } x < 0 \end{cases}$;

c) $f(x) := \begin{cases} x^5 & \text{für } x \geq 0 \\ x^7 & \text{für } x < 0 \end{cases}$; d) $f(x) := \begin{cases} -|x| & \text{für } x \geq 0 \\ x+1 & \text{für } x < 0 \end{cases}$;

e) $f(x) := x \cdot |x|$; f) $f(x) := |x|^3$.