G. Rosenberger
D. Hennig

Ausgabe: 04.02.2002
Abgabe: 11.02.2002

Analysis für Informatiker
Blatt 14

Aufgabe 1:

Sei f stetig auf $[0,1]$. Zeigen Sie, dass folgendes gilt:

a) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx,$ b) $\int\limits_0^{\pi} f(\sin x)\cos x\, dx = 0.$

Aufgabe 2:

a) Sei $a, b \in \mathbb{R}_+^\star$. Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Ellipse

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\right\}.$$

b) Beweisen Sie die Rekursionsformel

$$\int_0^{\pi} \sin^n x\, dx = \frac{n-1}{n} \int_0^{\pi} \sin^{n-2} x\, dx \ (n \in \mathbb{N}, n \geq 2).$$

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie zu den folgenden Funktionen eine Stammfunktion:

a) $x^5 \cos x^3,\ x \in \mathbb{R};$ b) $\frac{\cot(lnx)}{x}(\alpha \in \mathbb{R}),\ x \in \mathbb{R}_+^\star;$

c) $\frac{(lnx)^3}{x},\ x \in \mathbb{R}_+^\star;$ d) $\frac{1}{xlnx},\ x \in \mathbb{R},\ x > 1.$

Aufgabe 4:

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int\limits_1^4 \frac{(lnx)^4}{x}dx;$ b) $\int\limits_0^3 \arctan x\, dx;$ c) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}dx.$