Prof. Dr. Rudolf Scharlau
Sebastian Sauer

WS 2001/02

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra und analytische Geometrie I

Blatt 2

Aufgabe 4

Es seien $A, B \subseteq X$ und $U, V \subseteq Y$ Mengen, $f : X \to Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

a) $f^{-1}(U \cap V) = f^{-1}(U) \cap f^{-1}(V)$

b) $f^{-1}(U \cup V) = f^{-1}(U) \cup f^{-1}(V)$

c) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

d) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Untersuchen Sie, ob in d) stets Gleichheit gilt.

Aufgabe 5

Sei M eine nichtleere Menge. Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind:

a) $q : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $n \mapsto q(n)$, $q(n)$ ist die Quersumme von n,

b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $x \mapsto (x^2 + 1, x(x-1))$,

c) $e : M \to \mathcal{P}(M) \setminus \{\emptyset\}$, $x \mapsto \{x\}$,

d) $h : M \times M \to \mathcal{P}(M) \setminus \{\emptyset\}$, $(x, y) \mapsto \{x, y\}$.

Aufgabe 6

In dieser Aufgabe rechnen wir in der Menge $\mathbb{Z}_{10}$ der Restklassen modulo 10, also $\mathbb{Z}_{10} = \{\overline{0}, \overline{1}, \dots, \overline{9}\}$.

a) Schreiben Sie die Verknüpfungstafel für die Multiplikation auf $\mathbb{Z}_{10}$ auf. Welche Elemente $\overline{a}$ haben ein multiplikatives Inverses, das heißt für welche $\overline{a} \in \mathbb{Z}_{10}$ existiert ein $\overline{x} \in \mathbb{Z}_{10}$, so daß gilt: $\overline{a} \odot \overline{x} = \overline{x} \odot \overline{a} = \overline{1}$?

b) Führen Sie das gleiche für andere Zahlen m statt 10 durch (zum Beispiel noch für $\mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_5, \mathbb{Z}_6$). Geben Sie eine Vermutung an, wie man die Menge der in Frage kommenden $\overline{a}$ allgemein kennzeichnen kann.

<u>**Abgabetermin:**</u> Dienstag, 30.10.2001, 18.00 Uhr,
Übungskästen Mathematikgebäude