Prof. Dr. Rudolf Scharlau
Sebastian Sauer

WS 2001/02

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra und analytische Geometrie I

Blatt 4

Aufgabe 11

Eine Äquivalenzrelation ist reflexiv, symmetrisch und transitiv. Geben Sie Beispiele für Relationen an, die

a) genau eine

b) genau zwei

dieser Eigenschaften erfüllen. Betrachten Sie alle Möglichkeiten.

Aufgabe 12

Sei M eine nichtleere Menge. Für $A, B \subseteq M$ definiert man die *symmetrische Differenz* wie folgt: $A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Zeigen Sie, dass $(\mathcal{P}(\mathcal{M}), \triangle)$ eine Gruppe ist.

Aufgabe 13

a) Es sei $g := \mathrm{ggT}(a, b)$ der größte gemeinsame Teiler zweier natürlicher Zahlen a, b. Geben Sie mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ an, so daß gilt: $xa + yb = g$.

$$i)\ a = 135;\ b = 95 \quad ii)\ a = 136;\ b = 95 \quad iii)\ a = 136;\ b = 96$$

b) Was sind die multiplikativen Inversen von $\overline{10}, \overline{17}$ und $\overline{18}$ in $\mathbb{Z}_{37}$?

Aufgabe 14

Es sei G eine Gruppe und H_1, H_2 zwei Untergruppen von G. Zeigen Sie, dass auch $H_1 \cap H_2$ eine Untergruppe ist.

Abgabetermin: Dienstag, 13.11.2001, 18.00 Uhr,
Übungskästen Mathematikgebäude