

Übungsaufgaben
zur Vorlesung “Lineare Algebra I” für Lehramt

Blatt 2

Abgabe bis 29.10 um 10.00 Uhr

Wenn es Ihnen nicht gelingt, eine Aufgabe zu lösen, dann sollten Sie aufschreiben, an welchem Problem Sie nicht weiter wussten!

Aufgabe 1

Beweisen Sie:

Für alle $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ des Raumes gilt: $\langle \vec{u}, \vec{v} \times \vec{w} \rangle = \langle \vec{u} \times \vec{v}, \vec{w} \rangle$.

Bemerkung für diejenigen, die mit Determinanten vertraut sind: Dieser Term ist gleich der Determinante der drei Vektoren.

Aufgabe 2

Beweisen Sie geometrisch:

Für alle $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ des Raumes gilt:

$$\langle \vec{u}, \vec{v} \times \vec{w} \rangle = 0 \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \text{ sind linear abhängig.}$$

Aufgabe 3

a) Stellen Sie folgende Ebene mit Hilfe einer Koordinatengleichung dar:

$$\vec{x} = (1, 2, 0) + t \cdot (2, -1, 5) + r \cdot (3, 7, -2)$$

b) Stellen Sie folgende Gerade mit Hilfe von zwei Gleichungen dar:

$$\vec{x} = (1, 2, 3) + t \cdot (4, 5, 6)$$

c) Beschreiben Sie die Punkte auf der Geraden $y = -2x + 5$ in der x-y-Ebene mit Hilfe von Vektoren und erläutern Sie den Zusammenhang dieser beiden Darstellungen.

Bonusaufgabe

Sei g eine Gerade und a ein Punkt der Ebene. Beweisen Sie:

Es gibt einen Punkt p auf g , der zu a den kürzesten Abstand hat, und für diesen Punkt p gilt, dass $\vec{a} - \vec{p}$ orthogonal zu g ist.