E. Becker
A. Fischer

Wintersemester 01/02

Übungsaufgaben
zur Vorlesung "Lineare Algebra I" für Lehramt

Blatt 4 **Abgabe bis 12.11. um 10.00 Uhr**

Aufgabe 1

Sei $M = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \langle \vec{x}, (1;-1;0) \rangle = 0\}$ und sei N die Menge aller Punkte des Raumes, deren Projektion auf die x-y-Ebene auf der Geraden y = x liegt.
(Die Projektion eines Punktes auf die x-y-Ebene erhält man, indem man die z-Koordinate gleich null setzt und die x- und die y-Koordinate nicht verändert.)

Zeigen Sie, dass $N = M$.

Aufgabe 2

Formulieren Sie die Aussage als Tautologie und beweisen Sie sie mit Hilfe der Aussagenlogik.

a) Für alle Mengen L, M, N gilt:
$L \cap (M \cup N) = (L \cap M) \cup (L \cap N)$

b) Für alle Mengen L, M, N gilt:
$L \setminus (M \cup N) = (L \setminus M) \cap (L \setminus N)$.

Aufgabe 3

Untersuchen Sie, ob folgende Zuordnungen Funktionen sind und gegebenenfalls, ob sie injektiv sind:
a) Jedem in Dortmund zugelassenen Auto wird die erste Ziffer des Nummernschildes zugeordnet, allen anderen Autos wird die Ziffer 3 zugeordnet.
b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}, x \to 0$
c)

Bonusaufgabe

a) Sei I das Intervall $[-1; 1] \subset \mathbb{R}$. Zeigen Sie:
$I = \{x \in \mathbb{R} \mid \exists y \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 = 1\}$

b) Zeigen Sie : $\mathbb{Z} = \{k \mid k = \frac{1}{4}(1 + (-1)^n(2n-1)) \wedge n \in \mathbb{N}\}$.