E. Becker
A. Fischer

Wintersemester 01/02

Übungsaufgaben
zur Vorlesung "Lineare Algebra I" für Lehramt

Blatt 5 **Abgabe bis 19.11. um 10.00 Uhr**

Aufgabe 1

Seien L, M und N Mengen und $f : L \longrightarrow M$ und $g : M \longrightarrow N$ Abbildungen. Zeigen Sie:
a) Wenn f und g beide surjektiv sind, dann ist $g \circ f$ surjektiv.
b) Aus der Bedingung, dass f surjektiv ist, folgt nicht, dass auch $g \circ f$ surjektiv ist.
c) Für $N = L$ gilt: Wenn $g \circ f = id_L$, dann ist f injektiv und g surjektiv.

Aufgabe 2

Sei M eine endliche Menge. Zeigen Sie:
Für eine Abbildung $f : M \longrightarrow M$ sind äquivalent:
(a) f ist injektiv.
(b) f ist surjektiv.
(c) f ist bijektiv.

Aufgabe 3

Weisen Sie nach, ob durch folgende Relationen Äquivalenzrelationen definiert sind:
a) Für x, y in $\mathbb{Z}$ gelte $x \sim y$ genau dann, wenn $x = y = 0$ oder $xy > 0$.
b) Für x, y in $\mathbb{Q}$ gelte $x \sim y$ ganau dann, wenn $xy \in \mathbb{Z}$.

Bonusaufgabe

Sei $f : M \longrightarrow N$ eine Abbildung.
Beweisen Sie, dass für alle Teilmengen $U \subseteq M$ und $V \subseteq M$ gilt:
a) $f^{-1}(f(U)) \supseteq U$
b) $f(U \setminus V) \supseteq f(U) \setminus f(V)$
c) $f(U \cup V) = f(U) \cup f(V)$.