E. Becker
A. Fischer

Wintersemester 01/02

Übungsaufgaben
zur Vorlesung "Lineare Algebra I" für Lehramt

Blatt 8 **Abgabe bis 10.12.01 um 10.00 Uhr**

Aufgabe 1

Für $k, n \in \mathbb{N}$, $k \leq n$, sei $c(n+1,k) := c(n,k) + c(n,k-1)$.
Zeigen Sie: $c(n,k) = \binom{n}{k}$.

Aufgabe 2

Sei c_n die Anzahl der Teilmengen einer n-elementigen Menge.
Zeigen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion: $c_n = 2^n$.
(Hinweis: Wie viele zusätzliche Teilmengen entstehen, wenn man eine Menge um ein weiteres Element ergänzt?)

Aufgabe 3

a) Sei "$\circ$" folgende Verknüpfung: $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$, $(x,y) \longrightarrow x \circ y := max(x,y)$.
Untersuchen Sie "$\circ$" auf Kommutativität und Assoziativität.

b) Sei nun "$\circ$" folgende Verknüpfung: $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$, $(x,y) \longrightarrow x \circ y := x^y$.
Untersuchen Sie wieder "$\circ$" auf Kommutativität und Assoziativität.

Bonusaufgabe

Beweisen Sie die Potenzgesetze für die natürlichen Zahlen, d.h. zeigen Sie, dass für alle $a, b, m, n \in \mathbb{N}$ gilt:

a) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
b) $a^n \cdot b^n = (ab)^n$
c) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$