E. Becker
A. Fischer

Wintersemester 01/02

Übungsaufgaben
zur Vorlesung "Lineare Algebra I" für Lehramt

Blatt 10 **Abgabe bis 7.1.02 um 10.00 Uhr**

Aufgabe 1

Führen Sie folgende Aufgaben modulo n durch, und zwar
(i) für $n = 7$
(ii) für $n = 12$.
a) Berechnen Sie $3 \cdot 5$, $2 \cdot 3$, $2 \cdot 6$.
b) Berechnen Sie alle Potenzen von 2 , von 4 und von 5.
c) Geben Sie die Menge $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, \cdot)^*$ in aufzählender Form an und bestimmen Sie von jedem Element das Inverse.

Aufgabe 2

Seien $\sigma_i \in S_6$ für $i = 1, ..., 7$.
a) Geben Sie $\sigma_1 := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \sigma_2 := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_3 := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ in zykelschreibweise und auch als Produkt von Transpositionen an.
b) Bestimmen Sie die Inversen von $\sigma_4 := (1423)$, $\sigma_5 := (152)(634)$ und $\sigma_6 := (12)(34)$.
c) Berechnen Sie $(\sigma_7)^{1175}$ für $\sigma_7 := (123)(45)$.

Aufgabe 3

Suchen Sie ein Gegenbeispiel zu folgender Behauptung und finden Sie einen Fehler im "Beweis":
Behauptung: Wenn eine Relation symmetrisch und transitiv ist, ist sie auch reflexiv.
"Beweis": Sei R eine symmetrische und transitive Relation auf einer Menge M. Sei $x \in M$ beliebig, und sei xRy. Wegen der Symmetrie ist dann auch yRx und aufgrund der Transitivität folgt xRx. Also ist R reflexiv.

Aufgabe 4

Sei $K_i := \{\frac{x}{i} \mid x \in \mathbb{Z}\}, i \in \mathbb{N}$.
Überprüfen Sie, ob $\{K_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ eine Partition von $\mathbb{Q}$ ist.

Bonusaufgabe

Weisen Sie nach, ob $M = \{id, (12)(34), (13)(24), (14)($
zusammen mit der auf S_4 definierten Verknüpfung
eine Gruppe ist.