

UNIVERSITÄT DORTMUND

Fachbereich Mathematik
Institut für Analysis
Prof. Dr. Herbert Koch

Übungsaufgaben Analysis I, Blatt 2 Abgabe Montag, den 29.10.01, 14 Uhr

6. Es sei $k \in \mathbb{N}$, $M = N = [0, \infty)$, $p_k : x \rightarrow x^k$. Man zeige: p_k ist streng monoton wachsend. Hinweis: Man zeige zunächst:

$$x^k - y^k = (x - y) \sum_{j=0}^{k-1} x^{k-1-j} y^j.$$

7. Sei $n \in \mathbb{N}$. Man zeige:

a)
$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

b)
$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$$

8. A, B und C seien Mengen. Man zeige

a)
$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C).$$

b)
$$C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B).$$

9. Sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung von M nach N und $A, A' \subseteq M$, $B, B' \subseteq N$. Man zeige:

a)
$$f(A \cap A') \subseteq f(A) \cap f(A')$$

b)
$$f(A \cup A') = f(A) \cup f(A')$$

c)
$$f^{-1}(B \cap B') = f^{-1}(B) \cap f^{-1}(B')$$

d)
$$f^{-1}(B \cup B') = f^{-1}(B) \cup f^{-1}(B')$$

10. Für welche $n \in \mathbb{N}$ gilt:

a)
$$2^n > n^2$$

b)
$$3^{(2^n)} < 2^{(3^n)}?$$