

UNIVERSITÄT DORTMUND

Fachbereich Mathematik
Institut für Analysis
Prof. Dr. Herbert Koch

Übungsaufgaben Analysis I, Blatt 3 Abgabe Montag, den 5.11.01, 14 Uhr

11. Man finde eine Funktion

1. $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ die injektiv aber nicht monoton
2. $g : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ die monoton wachsend aber nicht injektiv
3. $h : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ die surjektiv

ist.

12. Seien $2\mathbb{Z}$ bzw. $3\mathbb{Z}$ die geraden bzw. die durch drei teilbaren natürlichen Zahlen.

1. Man gebe eine bijektive Abbildung $f : 2\mathbb{Z} \setminus 3\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ an.
2. Man gebe eine bijektive Abbildung von Intervall $(-1, 1)$ in das Intervall $(5, 10)$ an.

13. Sei

$$h_n = \sum_{k=1}^n k^{-1}.$$

Man zeige

$$1/h_n \rightarrow 0.$$

14. Welche der folgenden Folgen konvergieren? Man bestimme gegebenenfalls den Limes.

1. Sei $k \in \mathbb{N}$ fest. $a_n = 2^{-n} \binom{n}{k}$
2. $\frac{n^4 - (n^2 - 3)^2}{2n^2}$
3. $\frac{n2^{n^3}}{n!5^{n^2} + n^n}$

15. Zusatzaufgabe. Für $n \in \mathbb{N}$. Man staple n Würfel mit Kantenlänge 1 versetzt übereinander. Dabei muß der Schwerpunkt jedes oberen Teilstapels gestützt werden. Wie weit kann der oberste Würfel gegenüber dem untersten Würfel versetzt sein, wenn man beliebig viele Würfel verwenden darf?