

UNIVERSITÄT DORTMUND

Fachbereich Mathematik
Institut für Analysis
Prof. Dr. Herbert Koch

Übungsaufgaben Analysis I, Blatt 8 Abgabe Montag, den 10.12.01, 14 Uhr

35. Es sei $t \in \mathcal{T}([-2, 2])$ durch $t(x) := [\frac{1}{2}x^2]$ definiert, wobei $[.]$ die Gaußklammer ist. Man berechne $S(t)$.

36. Es sei Z die Zackenfunktion. Ist $Z|_{[0,3]}$ eine Regelfunktion? Man bestimme

$$\int_0^3 Z(x) dx.$$

37. Sei $f : (a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ beschränkt. Die Einschränkung $f|_{[c,b]}$ sei eine Regelfunktion für alle $a < c < b$. Man zeige die Existenz von

$$\lim_{c \rightarrow a^+} \int_c^b f(x) dx.$$

Tipp: Man betrachte zunächst nichtnegative Funktionen f . Wann kann f durch Angabe eines Funktionswertes in a zu einer Regelfunktionen auf $[a, b]$ fortgesetzt werden? Man gebe eine nichtnegative Funktion an, die nicht zu einer Regelfunktion fortgesetzt werden kann.

38a. Es sei $f \in C([a, b])$, $\int_a^b |f(x)| dx = 0$. Man zeige: $f(x) = 0$ für alle $x \in [a, b]$. Tipp: Ist $f(x_0) = \delta > 0$ mit $x_0 > a$ so existiert $y < x_0$ mit $f(x) > \delta/2$ für $x \in [y, x_0]$.

b. Sei $g \in \mathcal{R}([a, b])$, $\int_a^b |g(x)| dx = 0$. Man zeige: Es gilt $g(c^-) = 0$ und $g(c^+) = 0$ für $c \in (a, b)$.