

7. Übungsblatt zu „Analysis II für Sek II“, SS 2002

Abgabetermin: Montag, 10.6.02, bis 14.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 31: Bestimmen Sie alle lokalen Extremalstellen der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f : x \mapsto \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$.

Aufgabe 32: Zeigen Sie, daß für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\left| \cos x - \left(1 - \frac{x^2}{2} \right) \right| \leq \frac{x^4}{24}$$

(Hinweis: Schätzen Sie die Lagrange-Form des Restgliedes der Taylorentwicklung des Kosinus in 0 ab.)

Aufgabe 33: Nach Aufgabe 11 gilt $\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$. Dies liefert mittels der Potenzreihenentwicklung von \arctan eine weitere Möglichkeit zur Berechnung von π . Schätzen Sie den Fehler ab, der bei Abbruch der Reihen nach m Summanden entsteht.

Aufgabe 34: Berechnen Sie die Potenzreihenentwicklungen der Funktionen \arcsin und Arsinh in 0.

Aufgabe 35 (*): Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) := \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(k^2 x)}{2^k}$.

a) Zeigen Sie, daß $f \in \mathcal{C}^{\infty}(\mathbb{R})$.

b) Beweisen Sie, daß die Taylorreihe von f in 0 nur in 0 konvergiert.