

## 8. Übungsblatt zu „Analysis II für Sek II“, SS 2002

Abgabetermin: Montag, 17.6.02, bis 14.00 Uhr in den Kästen

**Aufgabe 36:** Es sei  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$  eine absolut konvergente Reihe. Zeigen Sie, daß die Potenzreihe  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$  gleichmäßig auf  $[0, 1]$  konvergiert und daß gilt:  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k = \lim_{x \rightarrow 1^-} \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$

**Aufgabe 37:** Untersuchen Sie die folgenden auf  $\mathbb{R}^2$  definierten Funktionen auf Stetigkeit.

$$\text{a) } f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{falls } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{b) } g(x, y) := x \cdot f(x, y)$$

$$\text{c) } h(x, y) := \text{sign}(x + y) \cdot \sin(x^2 + y^2)$$

**Aufgabe 38:** Es seien  $J \subseteq \mathbb{R}$  ein kompaktes Intervall,  $f \in \mathcal{R}(J)$  und  $F : J \times J \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch  $F(u, v) := \int_u^v f(x) dx$ . Zeigen Sie, daß für alle  $(u_1, v_1), (u_2, v_2) \in J \times J$

$$|F(u_1, v_1) - F(u_2, v_2)| \leq \|f\| \cdot (|u_1 - u_2| + |v_1 - v_2|)$$

gilt, insbesondere also die Stetigkeit von  $F$ .

**Aufgabe 39 (\*):** Es sei  $I \subseteq \mathbb{R}$  ein offenes Intervall und  $f \in \mathcal{C}^1(I, \mathbb{R})$ . Zeigen Sie, daß die Funktion  $\tilde{\Delta}f : I \times I \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$\tilde{\Delta}f(x, y) := \begin{cases} \frac{f(y) - f(x)}{y - x} & \text{falls } y \neq x \\ f'(x) & \text{falls } y = x \end{cases}$$

stetig ist. (Hinweis: Mittelwertsatz)

**Aufgabe 40:** Bestimmen Sie jeweils  $\overline{M}$ ,  $M^\circ$  und  $\partial M$  für folgende Mengen  $M \subseteq \mathbb{R}^2$ .

$$\text{a) } M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\}$$

$$\text{b) } M := \{(x, \cos \frac{1}{x}) \mid 0 < x \leq \frac{1}{\pi}\}$$

$$\text{c) } M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 4\} \quad \text{d) } M := \mathbb{Q}^2$$

### Klausuren

Die Klausur zum Erwerb eines Leistungsnachweises findet

**am 31.7.2002 von 9<sup>00</sup> – 12<sup>00</sup> Uhr im Hörsaal 3 des HG II**

statt. Anmeldungen zur Klausur werden bis zum **12.7.2002** in den Übungen oder von J. Sawollek (R. 913, Tel. 3443) entgegengenommen. Die Nachklausur findet **am 7.10.2002 von 12<sup>30</sup> – 15<sup>30</sup> Uhr** am gleichen Orte statt.