

2. Übungsblatt zur Vorlesung Gewöhnliche Differentialgleichungen SS 2002

Aufgabe 5

Es seien, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$ und $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig.

1. Leiten Sie aus einer Differentialgleichung der Form $y' = f(ax + by + c)$ für $u(x) := ax + by(x) + c$ eine Differentialgleichung mit getrennten Variablen ab.
2. Berechnen Sie die Lösungen von $y' = (y + x + 1)^2$.
3. Leiten Sie aus einer Differentialgleichung der Form $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ für $u(x) := \frac{y(x)}{x}$ eine Differentialgleichung mit getrennten Variablen ab.
4. Berechnen Sie die Lösungen von $y' = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$ für $x > 0$.

Aufgabe 6

Bestimmen Sie jeweils ein erstes Integral der folgenden Systeme $\dot{x} = v(x)$. Skizzieren Sie die Vektorfelder und versuchen Sie dann, Lösungen anzugeben.

1. $v(x, y) = (y, -x)$
2. $v(x, y) = (-y, -x)$
3. $v(x, y) = (x, -y)$

Aufgabe 7

1. Bestimmen Sie ein erstes Integral zu $\dot{x} = v(x)$ mit

$$v(x, y) = (-x, -y(1 + xy)).$$

2. Bestimmen Sie ein Potential zu $v(x, y) = (3x^2 + y^2 - \frac{y}{x^2}, -1 + \frac{1}{x} + 2xy)$.

Aufgabe 8

Bestimmen Sie ein erstes Integral der Differentialgleichung $\dot{x} = v(x)$ mit $v(x, y) = (2x^2y^3 - x, y - 2x^3y^2)$, indem Sie einen von xy abhängenden integrierenden Faktor suchen.

Abgabe Montag, den 29.04.2002, 10.00 Uhr