Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. Birgit Jacob

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

3. Übungsblatt zur Vorlesung Gewöhnliche Differentialgleichungen SS 2002

Aufgabe 9

1. Lösen Sie das folgenden System: $\dot{x} = y\sqrt{x^2+y^2}, \quad \dot{y} = -x\sqrt{x^2+y^2},$
2. Bestimmen Sie diejenige Lösung der folgenden Differentialgleichung, die durch den Punkt $(1,1)$ geht, in der Form $y = f(x)$:
$$\dot{x} = 2y, \qquad \dot{y} = -y^2 - x - 1.$$

Aufgabe 10

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichungen:

1. $\dot{x} \;=\; \alpha\frac{x}{t}, \qquad \alpha \in \mathbb{R},$
2. $\dot{x} \;=\; x\sin t \;+\; \sin t.$

Aufgabe 11

Es sei φ die Lösung des Anfangswertproblems
$$m\ddot{x} = -\gamma\frac{mM}{x^2}, \quad x(0) = R, \quad \dot{x}(0) = v_0,$$
wobei $\gamma, m, M, R, v_0 > 0$.

1. Zeigen Sie:
$$\varphi \text{ ist für } t \to \infty \text{ unbeschränkt } \iff E \geq 0 \iff v_0 \geq v_F := \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}.$$
2. Berechnen Sie für den Fall $v_0 = v_F$ die Lösung explizit.

Aufgabe 12

Es seien $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall und $p \in C^1(I,\mathbb{R})$ sowie $q, r \in C(I,\mathbb{R})$. Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung
$$\ddot{y} + p(t)\dot{y} + q(t)y = r(t)$$
durch die Transformation $x(t) = y(t)e^{s(t)}$ mit $s(t) = \frac{1}{2}\int p(t)dt$ in die Form
$$\ddot{x} + a(t)x = b(t)$$
gebracht werden kann.

Abgabe Montag, den 06.05.2002, 10.00 Uhr