Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. Birgit Jacob

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

8. Übungsblatt zu Gewöhnliche Differentialgleichungen, SS 2002

Aufgabe 27

Sei $\dot{x} = \begin{pmatrix} \frac{1}{t} & t^2 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{t} & \frac{1}{t^2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{t} \end{pmatrix} x.$

Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem und die allgemeine Lösung der Dgl.

Aufgabe 28 (Reduktionsverfahren von d'Alembert)

Gegeben sei das Dgl.-System $\dot{x} = A\,x$. Dabei sei $A \in C(I, \mathbb{M}_{\mathbb{C}}(n))$ und $H \in C^1(I, \mathbb{M}_{\mathbb{C}}(n))$ eine invertierbare Matrix, so dass die ersten p Spalten von H das Dgl.-System $\dot{x} = A\,x$ lösen. Die Matrizen $\widehat{A}$, $\widehat{A}_{12}$ und $\widehat{A}_{22}$ werden definiert durch

$$\widehat{A} := \begin{pmatrix} \underbrace{0}_{p} & \underbrace{\widehat{A}_{12}(t)}_{q} \\ 0 & \widehat{A}_{22}(t) \end{pmatrix} \begin{matrix} \}p \\ \}q \end{matrix} = H^{-1}(AH - \dot{H})$$

Ferner seien $\widehat{Y}_{22}$ ein Fundamentalsystem von $\dot{z} = \widehat{A}_{22} z$, $\widehat{Y}_{12} \in C^1(I, \mathbb{M}_{\mathbb{C}}(p,q))$ eine Matrix mit $\dot{\widehat{Y}}_{12} = \widehat{A}_{12}\widehat{Y}_{22}$ und $\widehat{Y} := \begin{pmatrix} I_p & \widehat{Y}_{12} \\ 0 & \widehat{Y}_{22} \end{pmatrix}$.

Zeigen Sie :

i) $\widehat{A}$ hat tatsächlich diese Form.

ii) Es ist $\dot{\widehat{Y}} = \widehat{A}\widehat{Y}$

iii) $Y = H\widehat{Y}$ ist Fundamentalsystem der Differentialgleichung $\dot{x} = A\,x$.

Aufgabe 29

Gegeben ist das System $\dot{x} = \begin{pmatrix} -2t+1 & 2t+1 & -2 \\ -2t+1 & 2t+1 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} x.$

Bestimmen Sie je eine Lösung der Form $x = c_1$ und $x = e^{2t}c_2$ mit konstanten Vektoren c_1 und c_2. Verwenden Sie dann das Verfahren aus Aufgabe 28, um ein Fundamentalsystem zu bestimmen.

Abgabe Montag, den 10.06.2002, 10:00 Uhr