

12. Übungsblatt zu Gewöhnliche Differentialgleichungen, SS 2002

Aufgabe 42

Gegeben sei das Vektorfeld $v(x) = x - x^2$.

- i) Bestimmen Sie die Lösung des AWP $\dot{x} = v(x)$, $x(0) = \xi$.
- ii) Bestimmen Sie Menge $\Omega = \{(t, \xi) \mid \xi \in \mathbb{R}, t^-(\xi) < t < t^+(\xi)\}$,
- iii) Ist der von v erzeugte Fluss global?
- iv) Skizzieren Sie die Trajektorien.

Aufgabe 43

φ sei der von $v(x) = x - x^2$ erzeugte lokale Fluss. Geben Sie $D_\xi \varphi(t, \xi)$ für $\xi = 0$ und $\xi = 1$ sowohl durch direkte Rechnung wie auch durch die Anwendung des entsprechenden Satzes der Vorlesung an.

Aufgabe 44

Es sei $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiert durch $v(x, y) := \begin{pmatrix} x^2 \\ xy \end{pmatrix}$.

- i) Berechnen Sie den zum Vektorfeld v gehörigen lokalen Fluss φ .
- ii) Es sei $M \subseteq \mathbb{R}^2$ das Dreieck mit den Ecken $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1/4 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1/4 \\ 1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die Bilder des Dreiecks $\varphi(1, M)$, $\varphi(2, M)$, $\varphi(3, M)$ zu den jeweiligen Zeitpunkten $t = 1, 2, 3$ und fertigen Sie hierzu eine Skizze an.
- iii) Ist φ ein globaler Fluss?

Klausur:

Die Anmeldung zur Klausur am 18. Juli 2002 findet am 03. Juli 2002 in den Übungen statt.

Abgabe Montag, den 08.07.2002, 10:00 Uhr