

Übungsaufgaben
zur Vorlesung “Lineare Algebra I” für Lehramt

Blatt 1

Abgabe bis 23.4.02 um 10.00 Uhr

Aufgabe 1

Bestimmen Sie zwei verschiedene Paare $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$, so dass
 $x \cdot 347 + y \cdot 37 = \text{ggT}(349, 37)$.

Aufgabe 2

Sei $A \in M_{4,4}(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})$, $A := \begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 8 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

- a) Sei $U \subseteq (\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^4$ das lineare Erzeugnis der Zeilenvektoren von A . Bestimmen Sie eine Basis von U und begründen Sie, in welchem Zusammenhang dies mit der Matrix A steht.
b) Bestimmen Sie eine Basis von $\text{Kern } f_A$ und von $\text{Bild } f_A$.

Aufgabe 3

Sei V ein \mathbb{Q} -Vektorraum mit Basis v_1, v_2, v_3, v_4 ,
sei $U := \{\alpha(v_1 + v_2) + \beta(v_2 + v_3) + \gamma(v_1 - v_3) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Q}\}$,
 $W := \{\alpha(v_1 + 2v_2) + \beta(v_1 + 2v_4) + \gamma v_2 + v_4 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Q}\}$,

- a) Untersuchen Sie, ob U und W Untervektorräume von V sind, und geben Sie gegebenenfalls jeweils eine Basis an. (mit Nachweis)
b) Geben Sie eine injektive lineare Abbildung $f : U \rightarrow V$ an.