M. Kreuzer
A. Fischer

Sommersemester 02

Übungsaufgaben
zur Vorlesung “Lineare Algebra I” für Lehramt

Blatt 5 **Abgabe bis 19.5.02 um 10.00 Uhr**

Aufgabe 1

Seien $A, B \in Mat_n(K)$.
Beweisen Sie: Wenn A nicht invertierbar ist, dann ist das Produkt AB nicht invertierbar.

(Tipp: Begründen Sie, warum f_A nicht surjektiv ist, wenn A nicht invertierbar ist.)

Aufgabe 2

Sei $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ die Abbildung, welche jeden Punkt der Ebene an der Ursprungsgeraden spiegelt, die mit der positiven x_1-Achse den Winkel $\frac{\alpha}{2}$ bildet, und sei $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ die zugehörige Vektorraumabbildung, die wir erhalten, wenn wir die Koordinaten der Punkte der Ebene als Koordinaten von Vektoren auffassen.
a) Begründen Sie geometrisch: g ist eine lineare Abbildung.
b) Zeigen Sie, dass die zu g gehörige Matrix $M(g)$ die folgende Gestalt hat:
$$M(g) = \begin{pmatrix} cos\alpha & sin\alpha \\ sin\alpha & -cos\alpha \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Im $\mathbb{R}^2$ seien die Basen $\mathcal{A} = ((1, -1), (2, 3))$ und $\mathcal{B} = ((4, 2), (-2, 3))$ gegeben.
a) Berechnen Sie die Transformationsmatrix $T_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$.
b) Bestimmen Sie die Koordinaten den Vektors $v = 3 \cdot (1, -1) + 2 \cdot (2, 3)$ bzgl. der Basis $\mathcal{B}$.

Aufgabe 4

Auf $Mat_n(K)$ bedeute die Relation $A \sim B$, dass die Matrizen A und B ähnlich sind.

Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist.