Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

# 7. Übungsblatt zu „Analysis I für Lehramt“, WS 2002/03

Abgabetermin: Donnerstag, 5.12.02, bis 12.00 Uhr in den Kästen

**Aufgabe 31:** Es sei $f(x) := \frac{1}{x}$ für alle $x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$. Berechnen Sie die Ableitung von $f$ mit Hilfe des Differenzenquotienten.

**Aufgabe 32:** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

**a)** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x-2}$ **b)** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^4}}$ **c)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(x+7)^2\sqrt{x+2}}{7x^2\sqrt{x} - 2x\sqrt{x}}$

**d)** $\lim\limits_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+3x+1} - x)$

**Aufgabe 33:** Zeigen Sie für die durch

$$B(x) \; := \; \begin{cases} \frac{1}{q} & , \quad x \in \mathbb{Q}\,,\; x = \frac{p}{q} \text{ gekürzter Bruch mit } q \in \mathbb{N} \\ 0 & , \quad q \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

auf $[0,1]$ definierte *„Stammbrüche-Funktion“* $\lim\limits_{x\to a} B(x) = 0$ für alle $a \in [0,1]$. In welchen Punkten ist $B$ stetig?

**Aufgabe 34:** Beweisen oder widerlegen Sie für Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$ die folgenden Aussagen.

**a)** $f$ stetig in $a$ $\;\Leftrightarrow\;$ $|f|$ stetig in $a$

**b)** $f$, $g$ stetig in $a$ $\;\Rightarrow\;$ $\max\{f, g\}$ und $\min\{f, g\}$ stetig in $a$

**c)** $f$, $g$ stetig in $a$ $\;\Leftrightarrow\;$ $f \cdot g$ stetig in $a$

**Aufgabe 35:** Für $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gelte $\lim\limits_{h\to 0}(f(x+h) - f(x-h)) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Folgt daraus die Stetigkeit von $f$?

**Bemerkung:**

Die Aufgaben auf diesem Übungsblatt sind Bonusaufgaben für die Klausur, d.h. für die richtige Lösung der Aufgaben gibt es jeweils einen Punkt in der Klausur am Ende des Semesters.