

8. Übungsblatt zu „Analysis I für Lehramt“, WS 2002/03

Abgabetermin: Donnerstag, 12.12.02, bis 12.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 36: Untersuchen Sie die folgenden Funktionen f auf ihren Definitionsbereichen auf Differenzierbarkeit und berechnen Sie gegebenenfalls ihre Ableitung.

a) $f(x) := (1+x^2)(x^4-7)^3$ b) $f(x) := \frac{2x^2}{\sqrt{x^4+1}}$ c) $f(x) := (1+x^3)\sqrt{x}, x \geq 0$

d) $f(x) := x^3\sqrt{x}, x \geq 0$

Aufgabe 37: Gegeben sei die Funktion $f : x \mapsto x^2 - 6x + 11$.

- a) Zeigen Sie, daß genau eine Tangente an den Graphen von f durch den Nullpunkt geht, und berechnen Sie diese.
- b) Finden Sie eine Tangente an den Graphen von f , die zu der Sekanten durch die Punkte $(2, f(2))$ und $(5, f(5))$ parallel ist. Wieviele solcher Tangenten gibt es?

Aufgabe 38: Berechnen Sie mit Hilfe der geometrischen Summenformel die Summe

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}.$$

Aufgabe 39: Zeigen Sie, daß auf einem Intervall I für $f, g \in C^\infty(I)$ gilt:

$$\begin{aligned}(fg)'' &= f''g + 2f'g' + fg'' \quad \text{und} \\ (fg)''' &= f'''g + 3f''g' + 3f'g'' + fg'''\end{aligned}$$

Finden Sie eine allgemeine Formel für $(fg)^{(m)}$ mit $m \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 40: Es sei $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ monoton wachsend und nach oben beschränkt. Zeigen Sie, daß $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x)$ existiert.

Bemerkung:

Die Aufgaben auf diesem Übungsblatt sind Bonusaufgaben für die Klausur, d.h. für die richtige Lösung der Aufgaben gibt es jeweils einen Punkt in der Klausur am Ende des Semesters.