11. Übungsblatt zu "Analysis I für Lehramt", WS 2002/03

Abgabetermin: Donnerstag, 16.1.03, bis 12.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 51: Berechnen Sie folgende Grenzwerte.

a)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$$
 b) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$ c) $\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x}$ d) $\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x}{x}$

b)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$$

c)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x}$$

d)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x}{x}$$

Aufgabe 52: Berechnen Sie folgende Grenzwerte.

a)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\arcsin x - x}{x^3}$$

$$\mathbf{b)} \lim_{x \to 0} \frac{\arctan x - x}{x^3}$$

a)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x - x}{x^3}$$
 b) $\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x - x}{x^3}$ c) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \tan x$

d)
$$\lim_{x \to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^2} \right)$$

Aufgabe 53: Folgern Sie für \mathcal{C}^1 -Funktionen den Satz von Rolle aus dem Monotoniesatz und dem Zwischenwertsatz.

Aufgabe 54: Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen alle Intervalle, auf denen diese konvex bzw. konkav sind, und berechnen Sie alle Wendepunkte.

a)
$$f: x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$$
 b) $f: x \mapsto \tan x$ c) $f: x \mapsto \arctan x$

b)
$$f: x \mapsto \tan x$$

c)
$$f: x \mapsto \arctan x$$

d)
$$f: x \mapsto \arcsin x$$

Aufgabe 55: Es seien $f: I \to J$ konvex und $g: J \to \mathbb{R}$ konvex und monoton wachsend. Zeigen Sie, daß $g \circ f$ konvex ist. Gilt dies auch, wenn g nicht monoton wachsend ist?