Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

# 14. Übungsblatt zu „Analysis I für Lehramt“, WS 2002/03

Abgabetermin: Donnerstag, 6.2.03, bis 12.00 Uhr in den Kästen

**Aufgabe 66:** Es seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $a, d > 0$. Beweisen Sie die folgenden Rechenregeln.

**a)** $\log(a^b) = b \log a$ **b)** $a^{bc} = (a^b)^c$ **c)** $a^b d^b = (ad)^b$

**Aufgabe 67:** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

**a)** $\lim\limits_{x \to 0^+} x^x$ **b)** $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^\alpha - 1}{\log x}$ für $\alpha > 0$ **c)** $\lim\limits_{n \to \infty} n \left(1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^\alpha\right)$ für $\alpha > 0$

**Aufgabe 68:** Berechnen Sie für $\alpha \geq 0$ das Maximum der Funktion $x \mapsto x^\alpha e^{-x}$ auf dem Intervall $[0, \infty)$.

**Aufgabe 69:** Bestimmen Sie für folgende Funktionen $f$ Stammfunktionen über geeigneten Intervallen.

**a)** $\sqrt{x} \log x$ **b)** $(\log x)^3$ **c)** $\dfrac{1}{\sqrt{1 + e^x}}$

**Aufgabe 70:** Für $M, \alpha > 0$ bezeichne $x(t) := M \exp(-\alpha t)$ die Masse einer zerfallenden (z. B. radioaktiven) Substanz zur Zeit $t \geq 0$. Die *Halbwertszeit* $T$ des Zerfallsprozesses ist gegeben durch die Forderung

$$x(T) \;=\; \frac{1}{2} \cdot x(0)\,.$$

**a)** Zeigen Sie $x(t + T) = \frac{1}{2} \cdot x(t)$ für alle $t \geq 0$.

**b)** Berechnen Sie den Mittelwert der Funktion $x$ über dem Intervall $[t, t + T]$.

## Klausuren

Die Klausur zum Erwerb eines Leistungsnachweises findet

**am 27.2.2003 von $9^{00} - 12^{00}$ Uhr im Audimax**

statt. Anmeldungen zur Klausur werden bis zum **14.2.2003** in den Übungsgruppen oder von Jörg Sawollek (R. 913, Tel. 3443, e-mail: sawollek@math.uni-dortmund.de) entgegengenommen. Zur Klausur sind schriftliche Unterlagen in gebundener oder gehefteter Form als Hilfsmittel zugelassen, nicht jedoch Taschenrechner, Laptops und Handys. Die Nachklausur findet **am 16.4.2003 von $9^{00} - 12^{00}$ Uhr im HS 1, EF 50** statt.