Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

1. Übungsblatt zu „Analysis III für Sek II“, WS 2002/03

Abgabetermin: Montag, 28.10.02, bis 12.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 1: Zeigen Sie, daß für die zweite Ableitung der Funktion g aus dem Satz über implizite Funktionen für $n = 2$ und $m = 1$ im $\mathcal{C}^2$-Fall

$$g''(x) \;=\; -\frac{\partial_x^2 f \cdot (\partial_y f)^2 - 2\partial_{xy}^2 f \cdot \partial_x f \cdot \partial_y f + \partial_y^2 f \cdot (\partial_x f)^2}{(\partial_y f)^3}(x, g(x))$$

gilt.

Aufgabe 2: Zeigen Sie, daß die Gleichung

$$f(x,y) \;:=\; e^{\sin(xy)} + x^2 - 2y - 1 \;=\; 0$$

nahe $(0,0)$ nach y aufgelöst werden kann. Berechnen Sie für die Auflösung $y = g(x)$ die Ableitungen $g'(0)$ und $g''(0)$.

Aufgabe 3: Berechnen Sie alle ersten und zweiten partiellen Ableitungen der Auflösungen nahe $a := (1,1,1)$ der Gleichung

$$f(x,y,z) \;:=\; x^2 + y^2 - (z-1)^3 - 2 \;=\; 0$$

nach x und y in $(1,1)$. Zeigen Sie desweiteren, daß diese nahe a auch nach z auflösbar, die Auflösung aber in $(1,1)$ nicht differenzierbar ist.

Aufgabe 4: Berechnen Sie alle lokalen Extrema in x- und in y-Richtung der Lemniskate

$$\Gamma \;:=\; \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x,y) := ((x-a)^2 + y^2)((x+a)^2 + y^2) - a^4 = 0\}\,.$$

Aufgabe 5: Bestimmen Sie für die Funktion $u(x,y) := 3xy^2 - x^3 + 4x^2 + 4y^2$ alle lokalen Extrema auf der Kreislinie S^1

a) durch Auflösen der Nebenbedingung $x^2 + y^2 - 1 = 0$ nach y,

b) mit Hilfe der Abbildung $E : t \mapsto (\cos t, \sin t)^T$ von $\mathbb{R}$ auf S^1.