Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

7. Übungsblatt zu „Analysis III für Sek II“, WS 2002/03

<u>Abgabetermin:</u> Montag, 9.12.02, bis 12.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 31: Berechnen Sie für $a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}^3$ das Volumen der konvexen Hülle

$$\Gamma\{a_0, a_1, a_2, a_3\} \;=\; \left\{ \sum_{k=0}^{3} t_k a_k \;\middle|\; t_k \geq 0,\ \sum_{k=0}^{3} t_k = 1 \right\}.$$

Aufgabe 32: Untersuchen Sie, für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ die Funktion $(x, y) \mapsto (x + y)^\alpha$ über $K_1(0) \subseteq \mathbb{R}^2$ bzw. über $\mathbb{R}^2 \backslash K_1(0)$ integrierbar ist.

Aufgabe 33: Für eine Gerade A in $\mathbb{R}^3$ und eine kompakte Menge $K \subseteq \mathbb{R}^3$ heißt

$$\Theta_A(K) \;:=\; \int_K d_A(x)^2 \, d^3x$$

das *Trägheitsmoment* von K bezüglich der *Rotationsachse* A. Berechnen Sie $\Theta_A(K)$ für $K := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \max\{|x|, |y|\} \leq 1,\ 1 \leq z \leq 3\}$ und $A := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, y = z = 0\}$.

Aufgabe 34: Es sei $F \in \mathcal{AC}[a, b]$ mit $F(x) \neq 0$ für alle $x \in [a, b]$. Zeigen Sie, daß auch $\frac{1}{F} \in \mathcal{AC}[a, b]$ ist.

Aufgabe 35: Untersuchen Sie, ob folgende Vektorfelder auf $\mathbb{R}^2$ ein Potential besitzen und berechnen Sie gegebenenfalls ein solches.

a) $u(x, y) := (1 + \cos y \, e^{x \cos y}, -x \sin y \, e^{x \cos y})^T$

b) $v(x, y) := (1 + \cos y \, e^{x \cos y}, 1 + \sin y \, e^{x \cos y})^T$