

## 9. Übungsblatt zu „Analysis III für Sek II“, WS 2002/03

Abgabetermin: Montag, 6.1.03, bis 12.00 Uhr in den Kästen

**Aufgabe 41:** Zeigen Sie, daß gilt:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^1 r e^{(x^2-1)r^2} dx = 0$$

Hinweis: Zeigen Sie zunächst

$$\int_0^1 r e^{(x^2-1)r^2} dx \leq r^{-\frac{1}{2}} + \int_0^{1-r^{-\frac{3}{2}}} r e^{(x^2-1)r^2} dx$$

für alle  $r > 0$ .

**Aufgabe 42:** Beweisen Sie die Kettenregel für komplex-differenzierbare Funktionen.

**Aufgabe 43:** Finden Sie durch Trennung der komplexen Monome  $z^n$  für  $n = 2, 3, 4, 5$  in Real- und Imaginärteil reelle harmonische Polynome auf  $\mathbb{R}^2$ .

**Aufgabe 44:** Es seien  $G \subseteq \mathbb{C}$  ein Gebiet und  $f : G \rightarrow \mathbb{R}$  komplex-differenzierbar. Zeigen Sie, daß  $f$  konstant ist.

**Aufgabe 45:** Zeigen Sie, daß  $f(z) := \log |z|$  auf  $\mathbb{C} \setminus \{0\}$  harmonisch ist. Ist  $f$  auf  $\mathbb{C} \setminus \{0\}$  Realteil einer holomorphen Funktion?