

## 11. Übungsblatt zu „Analysis III für Sek II“, WS 2002/03

Abgabetermin: Montag, 20.1.03, bis 12.00 Uhr in den Kästen

**Aufgabe 51:** Entwickeln Sie die rationale Funktion  $\frac{2}{(z-2)(z-4)}$  in Laurent-Reihen um 0 in den Gebieten  $K_2(0)$ ,  $R_{2,4}(0)$  und  $R_{4,\infty}(0)$ .

**Aufgabe 52:** Zeigen Sie, daß für  $w \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  bzw. für  $w \in \mathbb{C}$  die Gleichung  $e^{\frac{1}{z}} = w$  bzw.  $\sin \frac{1}{z} = w$  für jedes  $\varepsilon > 0$  unendlich viele Lösungen in  $K'_\varepsilon(0)$  besitzt.

**Aufgabe 53:** Bestimmen Sie die Residuen der Funktion  $f(z) := \frac{z+1}{z(z+2)(z-4)^2}$  in ihren Singularitäten.

**Aufgabe 54:** Es sei  $R = \frac{P}{Q} \in \mathbb{C}(z)$  eine rationale Funktion ohne Nullstellen auf  $\mathbb{R}$  mit  $\deg P \leq \deg Q - 2$ . Zeigen Sie, daß gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_{\operatorname{Im} c > 0} \operatorname{Res}(R; c)$$

**Aufgabe 55:** Zeigen Sie, daß das Polynom  $z^5 - 4z + 2$  in dem Kreisring  $R_{1,2}(0)$  genau vier Nullstellen besitzt.