

12. Übungsblatt zu „Analysis III für Sek II“, WS 2002/03

Abgabetermin: Montag, 27.1.03, bis 12.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 56: Berechnen Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen.

a) $\dot{x} - 4x = -3e^{-3t}$ b) $\dot{x} = (1 + x) \cos t$

Aufgabe 57: a) Gegeben sei $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$. Zeigen Sie, daß für positive Lösungen einer *Bernoulli-Differentialgleichung*

$$\dot{x} = a(t)x + b(t)x^\alpha$$

die Funktion $y := x^{1-\alpha}$ eine lineare Differentialgleichung löst.

b) Berechnen Sie eine Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{x} + \frac{x}{1+t} + (1+t)x^4 = 0 \quad \text{und} \quad y(0) = 1$$

mit maximalem Definitionsintervall.

Aufgabe 58: a) Leiten Sie aus einer Differentialgleichung der Form $y' = f(ax + by + c)$ für $u(x) := ax + by(x) + c$ eine Differentialgleichung mit getrennten Variablen ab.

b) Berechnen Sie alle Lösungen von $y' = (x + y)^2$.

Aufgabe 59: a) Leiten Sie aus einer Differentialgleichung der Form $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ für $u(x) := \frac{y(x)}{x}$ eine Differentialgleichung mit getrennten Variablen ab.

b) Berechnen Sie alle Lösungen von $y' = 1 + \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$.