

13. Übungsblatt zu „Analysis III für Sek II“, WS 2002/03

Abgabetermin: Montag, 3.2.03, bis 12.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 60: Berechnen Sie alle Lösungen des Differentialgleichungssystems $\dot{x} = v(x)$ auf \mathbb{R}^2 mit v gegeben durch:

a) $v(x, y) := (x^2 + y^2, 2xy)^T$ **b)** $v(x, y) := (x^2y, -2y^2)^T$

c) $v(x, y) := (xy, x^2 - xy)^T$

Aufgabe 61 Berechnen Sie alle Lösungen des Differentialgleichungssystems $\dot{x} = v(x)$ auf \mathbb{R}^2 mit $v(x, y) := (2x^2y + y^3, x^3 + 2xy^2)^T$.

Hinweis: Es gibt einen Eulerschen Multiplikator $M = M(xy)$.

Aufgabe 62 Der Weg $x(t)$, den ein durch die Luft (oder ein anderes Gas oder eine Flüssigkeit) fallender Körper der Masse m zurücklegt, genügt der Differentialgleichung

$$\ddot{x} = -\frac{\rho}{m} \dot{x} + g,$$

wobei $\rho > 0$ den Reibungskoeffizienten und $g = 9,81$ die Erdbeschleunigung bezeichne. Bestimmen Sie eine Lösung der Differentialgleichung unter der Voraussetzung, daß sich der Körper zum Zeitpunkt $t = 0$ in Ruhelage befindet.

Aufgabe 63 Der Weg $x(t)$, den ein bremsendes Auto zurücklegt, genügt der Differentialgleichung

$$\ddot{x} = -\mu g,$$

wobei $\mu > 0$ den Reibungskoeffizienten und $g = 9,81$ die Erdbeschleunigung bezeichne. Berechnen Sie mit Hilfe einer Lösung der Differentialgleichung den Bremsweg eines Autos mit Anfangsgeschwindigkeit v_0 für $\mu = 0,5$.