Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. N. Steinmetz

Dortmund, 14. Oktober 2002

Analysis I

1. Übungsblatt, WS 2002/03

Abgabe bis Montag, 21. Oktober 2002, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1 $\star$

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x+2| \leq 2 + |x - |x||$.

Aufgabe 2 $\star$

Entscheiden Sie, ob folgende Mengen nach oben bzw. unten beschränkt sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls Supremum bzw. Infimum, Maximum bzw. Minimum.

a) $\left\{x \in \mathbb{R} : x = \dfrac{1-t}{1+t},\ 0 \leq t < 1\right\}$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} : x = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{m},\ m, n \in \mathbb{N}\right\}$

Aufgabe 3

Es seien $r, s \in \mathbb{R}$ mit $0 < r < s$ und $x, y, z \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

a) $\dfrac{r}{1+r} < \dfrac{s}{1+s}$

b) $\dfrac{|x-y|}{1+|x-y|} \leq \dfrac{|x-z|}{1+|x-z|} + \dfrac{|z-y|}{1+|z-y|}$

Aufgabe 4

Berechnen Sie folgende Summen:

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k\, 2^{-k}$

b) $\displaystyle\sum_{k=4}^{n+3} q^{k-1}$

c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right)$

Aufgabe 5

a) Zeigen Sie für $0 < a < b$ die Aussage $na^{n-1} < \dfrac{b^n - a^n}{b-a} < nb^{n-1}$.

b) Beweisen Sie $n^3 \leq 3^n$ für natürliche $n \geq 3$ per vollständiger Induktion.

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und den Übungen finden Sie unter
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0203/`