Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. N. Steinmetz

Dortmund, 9. Dezember 2002

Analysis I

9. Übungsblatt, WS 2002/03

Abgabe bis Montag, 16. Dezember 2002, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1 $\star$

a) Stellen Sie $\cos 3x$ und $\sin 3x$ durch $\cos x$, $\sin x$ dar, indem Sie $e^{3ix} = (e^{ix})^3$ und die Eulersche Formel anwenden.

b) Berechnen Sie die dritten Wurzeln aus i.

Aufgabe 2

Zeigen Sie: Ist (a_n) eine monoton fallende Nullfolge, so konvergiert $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin nx$ punktweise in $\mathbb{R}$ und $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx$ punktweise in $\mathbb{R} \setminus \{2n\pi : n \in \mathbb{Z}\}$.

Hinweis: Verwenden Sie das Abel-Dirichletkriterium für $\sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{inx}$.

Aufgabe 3 $\star$

Es sei (a_n) eine Folge positiver reeller Zahlen mit $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$ und $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-nx}$.

a) Zeigen Sie: f ist stetig und streng monoton fallend auf $I = [0, \infty)$.

b) Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ (Begründung!) und zeigen Sie, dass I durch f auf $(0, 1]$ abgebildet wird.

Aufgabe 4

Beweisen Sie für die Funktion $\tanh x = \dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ eine Entwicklung der Form

a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{2nx}$ in $(-\infty, 0)$ und

b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} b_n e^{-2nx}$ in $(0, \infty)$.

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und Übung finden Sie unter
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0203/index.php`