UNIVERSITÄT DORTMUND
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. N. Steinmetz

Dortmund, 13. Januar 2003

Analysis I

12. Übungsblatt, WS 2002/03

Abgabe bis Montag, 20. Januar 2003, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1 $\star$

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen auf $\mathbb{R}$ stetig differenzierbar sind:

a) $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k^3}$ b) $g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k \cos kx}{k!}$

Hinweis: Betrachten Sie in b) zunächst die Intervalle $[-q, q]$, $q > 0$.

Aufgabe 2 $\star$

Gegeben sei die Funktionenfolge $f_n(x) = \dfrac{x}{1 + nx^2}$.

a) Bestimmen Sie für jedes f_n alle lokalen Extremstellen in $\mathbb{R}$ und zeigen Sie, dass es sich um globale Extremstellen handelt.

b) Bestimmen Sie die Grenzfunktion von (f_n) und zeigen Sie unter Zuhilfenahme des Ergebnisses in a), dass die Konvergenz gleichmäßig ist.

c) Bestimmen Sie die Grenzfunktion von (f'_n). Ist diese Konvergenz gleichmäßig? Bewerten Sie die Ergebnisse aus b) und c).

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt[4]{x}$ und der Punkt $x_0 = 1$ (bzw. $x_0 = 2$).

a) Bestimmen Sie die Taylorreihe von f am Entwicklungspunkt x_0.

b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ stimmt f mit seiner Taylorreihe überein?

Aufgabe 4

Bestimmen Sie einen Näherungswert ζ für $\sqrt{8}$ mit $\left|\zeta - \sqrt{8}\right| < \dfrac{1}{100}$.

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und Übung finden Sie unter
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0203/index.php`