Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. N. Steinmetz

Dortmund, 27. Januar 2003

Analysis I

14. Übungsblatt, WS 2002/03

Abgabe bis Montag, 3. Februar 2003, 14.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1 $\star$

Bestimmen Sie zu $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^{-x^2}$ explizit eine Folge (Φ_n) von Treppenfunktionen mit $\Phi_n(x) \leq \Phi_{n+1}(x)$ und $\Phi_n(x) \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie für $f \in \mathcal{L}$ und reelle Zahlen $a < b < c$:

$$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx + \int_c^a f(x)\,dx = 0$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie folgende Integrale:

a) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x)\,dx$ b) $\displaystyle\int_0^{\log 2} \sinh x\,dx$ c) $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(x+1)^3}}\,dx$

Aufgabe 4 $\star$

a) Die Funktion f sei im Intervall I stetig differenzierbar mit $f(x) \neq 0$ für $x \in I$. Bestimmen Sie die Ableitung von $\log |f(x)|$ und damit für $a, b \in I$:

$$\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx$$

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Aussage in a):

(i) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx$ (ii) $\displaystyle\int_1^2 \frac{2x^2 + x}{4x^3 + 3x^2 + 1}\,dx$ (iii) $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+1}\,dx$

Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung und Übung finden Sie unter
`http://www.mathematik.uni-dortmund.de/lsix/uebungen/ana/ws0203/index.php`