Prof. Dr. W. Kaballo
Dr. J. Sawollek

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

2. Übungsblatt zu „Analysis II für Sek II“, SS 2003

Abgabetermin: Montag, 12.5.03, bis 14.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 6: Es sei $\alpha > 0$. Untersuchen Sie die Reihe

$$\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{k \log k (\log \log k)^{\alpha}}$$

auf Konvergenz.

Aufgabe 7: Es sei $(a_k) \geq 0$ mit $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k < \infty$. Konstruieren Sie eine monoton wachsende Folge $d_k \to \infty$ mit $\sum\limits_{k=1}^{\infty} d_k a_k < \infty$.

Hinweis: Finden Sie zu $j \in \mathbb{N}$ natürliche Zahlen $k_j < k_{j+1}$ mit $\sum\limits_{k=k_j}^{k_{j+1}-1} a_k \leq 2^{-j}$.

Aufgabe 8: Es sei $\sum a_k$ absolut konvergent, und (b_k) sei eine beschränkte Folge. Zeigen Sie, daß $\sum a_k b_k$ absolut konvergiert. Konvergiert $\sum a_k b_k$, falls $\sum a_k$ konvergent, aber nicht absolut konvergent ist?

Aufgabe 9: Zeigen Sie, daß gilt:

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - - + + \ldots \; = \; \log 2$$

Aufgabe 10: Zeigen Sie, daß eine Folge $(a_k) \subseteq \mathbb{R}$ genau dann eine Cauchy-Folge ist, wenn gilt:

$$\forall \, \varepsilon > 0 \; \exists \, m \in \mathbb{N} \; \forall \, n \geq m \colon \; |a_m - a_n| < \varepsilon$$