

5. Übungsblatt zu „Analysis II für Sek II“, SS 2003

Abgabetermin: Montag, 2.6.03, bis 14.00 Uhr in den Kästen

Aufgabe 21: Es seien $I \subseteq \mathbb{R}$ ein offenes Intervall und $f \in \mathcal{C}^m(I)$. Was kann man aus $f^{(m)}(x) \equiv 0$ schließen?

Aufgabe 22: Es sei $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f : x \mapsto \sqrt{1+x}$.

a) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 3 zu f in $a = 0$.

b) Zeigen Sie, daß

$$\left| \sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{157}{128} \right| < \frac{1}{400}$$

gilt, indem Sie die Integralform des Restgliedes geeignet abschätzen.

Aufgabe 23: Bestimmen Sie alle lokalen Extremalstellen der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f : x \mapsto \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$.

Aufgabe 24: a) Zeigen Sie (etwa durch Differentiation nach x), daß für $x, y \in \mathbb{R}$ mit $|xy| < 1$ gilt:

$$\arctan x + \arctan y = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$$

b) Folgern Sie mit Teil a), daß $\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$ ist.

c) Die Formel aus Teil b) liefert mittels der Potenzreihenentwicklung von \arctan eine weitere Möglichkeit zur Berechnung von π . Wann wird der Fehler kleiner als 10^{-4} ?

Aufgabe 25: Berechnen Sie die Potenzreihenentwicklung der Funktion \arcsin in 0.